

国立音楽大学附属高等学校入学試験問題（普通科）

— 数 学 — No.1

2024年2月10日

注意 解答は解答用紙に記入すること。また答えのみではなく、途中の計算式も記入すること。

円周率が必要な場合は π を用い、解答に $\sqrt{\quad}$ が含まれる場合は $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい正の整数にすること。

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\left(\frac{3}{8} \div \frac{1}{2} - 0.25^2\right) \times \frac{4}{11} + 3 \div \frac{4}{5}$ を計算しなさい。

(2) $6x^3 \times \left(-\frac{y}{2}\right)^3 \div \frac{x^2y}{4}$ を計算しなさい。

(3) 連立方程式
$$\begin{cases} 2x + 3y = -7 \\ x - \frac{5y+1}{6} = 8 \end{cases}$$
 を解きなさい。

(4) $x^2y - 2xy - 3y$ を因数分解しなさい。

(5) 2次方程式 $x^2 - \frac{(x+5)(x-6)}{3} = 15$ を解きなさい。

(6) 168をできるだけ小さい自然数 a で割って、ある自然数を2乗した数にしたい。 a の値を求めなさい。

(7) 関数 $y = \frac{a}{x}$ の x の変域が $\frac{1}{3} \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域は $-18 \leq y \leq b$ である。
このとき、定数 a 、 b の値を求めなさい。

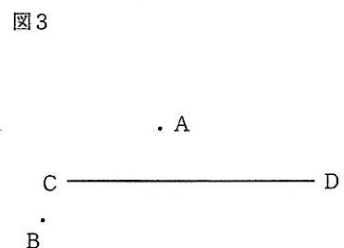
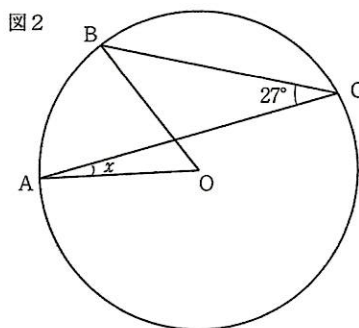
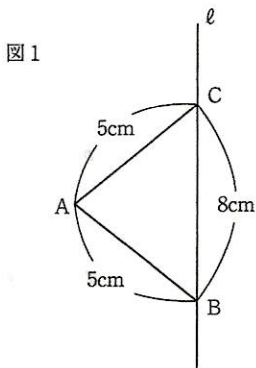
(8) 8%の食塩水50gに水を加えて2%の食塩水を作るには、何gの水を加えればよいか答えなさい。

(9) 大小2個のさいころを同時に投げて、大きいさいころの出た目を a 、小さいさいころの出た目を b とする。
このとき、 $2a + b$ の値が7の倍数となる確率を求めなさい。

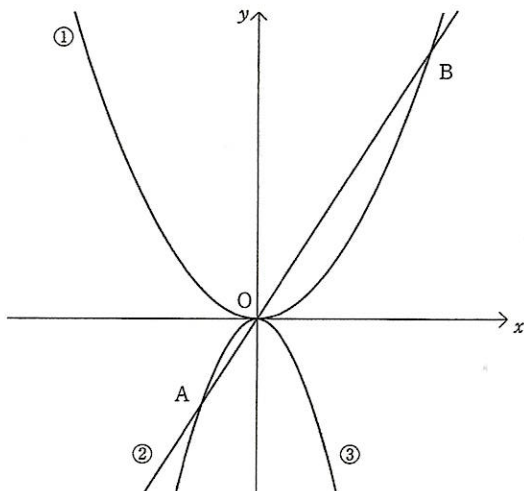
(10) 図1において、 $AB = AC = 5\text{cm}$ 、 $BC = 8\text{cm}$ の二等辺三角形 ABC を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の表面積を求めなさい。

(11) 図2において、 $\widehat{AB} : \widehat{BC} = 1 : 2$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(12) 図3において、線分 CD と線分 CD 上にない2点 A 、 B がある。線分 CD 上に点 P をとるとき、 $\angle APB = 90^\circ$ となる点 P を定規とコンパスで作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

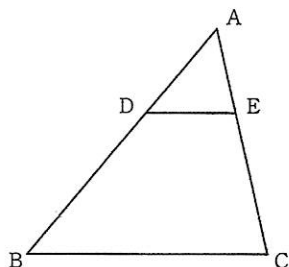


2. 右の図のように、①は関数 $y = ax^2$ 、②は原点を通る直線、③は関数 $y = -2x^2$ のグラフである。点Aは②と③の交点であり、 x 座標は -1 である。点Bは①と②の交点で、 $OA : OB = 1 : 4$ である。次の問いに答えなさい。

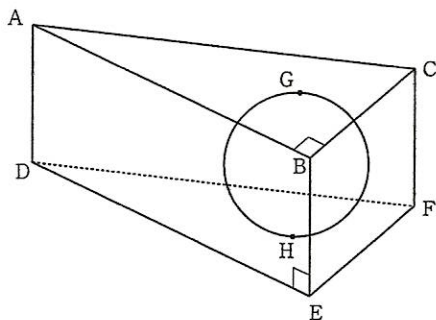


- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 点Aと y 軸について対称な点をCとする。線分ABを対角線とする平行四辺形ACBDを作るとき、平行四辺形ACBDの面積を求めなさい。
- (3) y 軸上に y 座標が正の数である点Pをとる。 $\triangle ABP$ の面積が(2)の平行四辺形ACBDの面積の半分になるとき、点Pの y 座標を求めなさい。
- (4) (3)で求めた点Pを通る直線のうち、平行四辺形ACBDの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

3. 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺AB, AC上に、 $AD : DB = 1 : 2$, $AE : EC = 1 : 2$ が成り立つ点D, Eがある。このとき、 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{3}BC$ となることを証明しなさい。



4. 右の図のように、半径 r cmの球Qが、斜辺 $DF = 17$ cmの直角三角形DEFを底面とする高さ6cmの三角柱ABC-DEFのすべての面に接している。次の問いに答えなさい。



- (1) この球Qの半径 r を求めなさい。
- (2) 辺AB, 辺BCの長さをそれぞれ求めなさい。
ただし、 $AB > BC$ とする。
- (3) 球Qと $\triangle ABC$, $\triangle DEF$ との接点をそれぞれG, Hとする。
三角柱 $AGC - DHF$ を立体P, 三角すい $G - DEF$ を立体Rとすると、
立体P, Q, Rの体積をそれぞれ求めなさい。