

国立音楽大学附属高等学校入学試験問題（普通科）

—— 数 学 —— No.1

2023年2月10日

注意 解答は解答用紙に記入すること。また答えのみではなく、途中の計算式も記入すること。

円周率が必要な場合は π を用い、解答に $\sqrt{\quad}$ が含まれる場合は $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい正の整数にすること。

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\frac{5x+y}{6} - \frac{3x-5y}{2} + \frac{2x-5y}{3}$ を計算しなさい。

(2) $x^3 - 4xy^2$ を因数分解しなさい。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} -x + 3y = 10 \\ 2x + y = -\frac{2x-y}{5} \end{cases}$ を解きなさい。

(4) 2次方程式 $x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = 0$ を解きなさい。

(5) $x = \sqrt{5} + 3$, $y = \sqrt{5} - 3$ のとき, $x^2 + xy - 2y^2$ の値を求めなさい。

(6) $\sqrt{3}$ より大きく, $\sqrt{30}$ より小さい整数をすべて求めなさい。

(7) x の値が1から3まで増加するとき, 関数 $y = \frac{2}{x}$ と $y = ax^2$ の変化の割合は等しくなる。このとき, 定数 a の値を求めなさい。

(8) 図1のようなA, B, Cの3つに区分けされた花壇に, 区分けごとに異なる3種類の花の苗を植える。4種類の花の苗から3種類を選んで植えるとき, 何通りの植え方があるか答えなさい。ただし, どの種類の花の苗も, 十分な数があるものとする。

(9) 和音さんの数学の点数は, 1回目のテストでは62点だったが, テストの度に a 点ずつ上がったので, 6回目のテストでは, 100点だった1回目から毎回 a 点ずつ下がっていった6回目の国語の点数 b 点の0.8倍になった。国語と数学のテストは同じ日に実施される。 a , b の値を求めなさい。

(10) 図2において, $\angle x$ の大きさを求めなさい。

図1

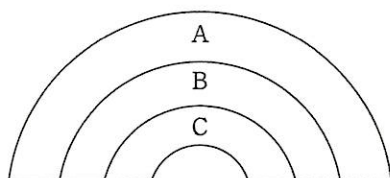
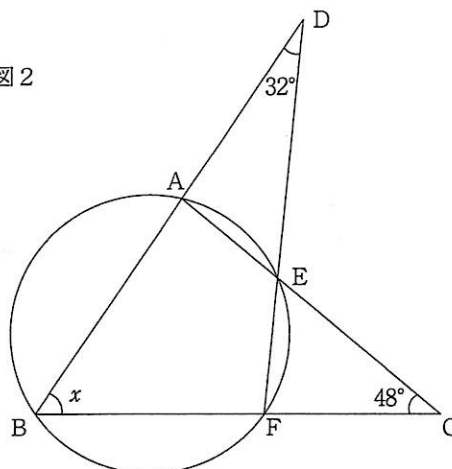


図2



(11) 図3のように、 $AB \parallel EF \parallel DC$ のとき、 EF の長さを求めなさい。

(12) 図4で、線分 PQ を軸として、線分 AB を対称移動させた線分 CD を定規とコンパスで作図しなさい。
ただし、作図に用いた線は消さないこと。

図3

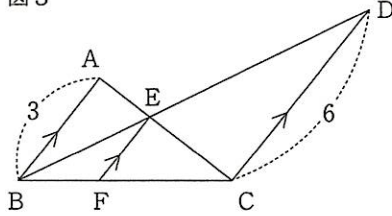
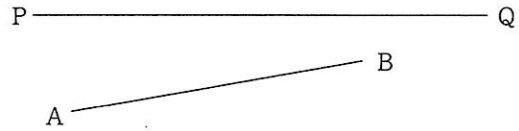


図4



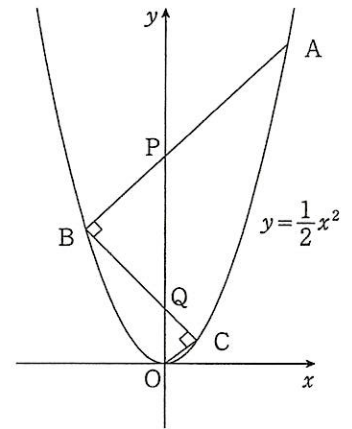
2. 右の図のように、点 A, B, C は放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点であり、 $OC \perp CB$, $AB \perp BC$ である。
また、線分 AB , 線分 BC が y 軸と交わる点をそれぞれ P, Q とする。点 C の x 座標が2
のとき、次の問いに答えなさい。

(1) 直線 OC の方程式を求めなさい。

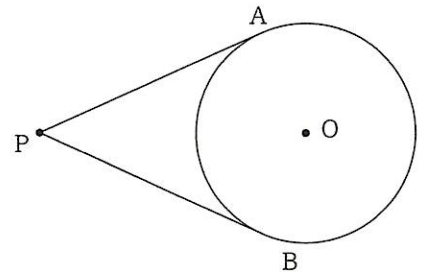
(2) 点 B の座標を求めなさい。

(3) $\triangle PBQ$ と $\triangle QCO$ をそれぞれ y 軸のまわりを1回転させてできる立体の体積を V_1, V_2
とする。これらの体積の比を最も簡単な整数の比で表すと $V_1 : V_2 = \boxed{\text{ア}} : \boxed{\text{イ}}$
となる。

$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる値を求めなさい。



3. 右の図のように、中心を O とする円の外部の点 P から円 O に2本の接線を引き、
その接点をそれぞれ A, B とする。このとき、 $PA = PB$ となることを図に適当な
線分を補って証明しなさい。



4. 右の図のように、1辺の長さが10cmの正方形 $ABCD$ を切り取って、
正方形の各頂点が側面の頂点となるような正四角錐を作ったところ、
底面の正方形の1辺の長さが $2\sqrt{2}$ cmになった。このとき、次の問い
に答えなさい。

(1) この立体の側面の形を答えなさい。

(2) 切り取る部分(影をつけた部分)の面積を求めなさい。

(3) この立体の側面積を求めなさい。

(4) この立体の体積を求めなさい。

