

国立音楽大学附属高等学校入学試験問題（普通科）

—— 数 学 —— No.1

2022年2月10日

注意 解答は解答用紙に記入すること。また答えのみではなく、途中の計算式も記入すること。

円周率が必要な場合は π を用い、解答に $\sqrt{\quad}$ が含まれる場合は $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい正の整数にすること。

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\frac{4x+y}{2} - \frac{3x+5y}{3} + \frac{-2x+5y}{4}$ を計算しなさい。

(2) $(-3xy^3)^2 \div \frac{3}{4}x^2y^4 \times \left(-\frac{1}{3y^2}\right)$ を計算しなさい。

(3) $3(x-3)^2 - 48$ を因数分解しなさい。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} \frac{1-2x}{3} = 3y+1 \\ \frac{1}{5}x + 0.4y = 1.3 \end{cases}$ を解きなさい。

(5) 2次方程式 $0.4x^2 - 2.8x + 0.2 = 0$ を解きなさい。

(6) $x = 4 + 3\sqrt{2}$ のとき、 $x^2 - 5x + 4$ の値を求めなさい。

(7) 3つの数 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{\sqrt{3}}$, $\frac{\sqrt{5}}{5}$ を小さい方から順に並べなさい。

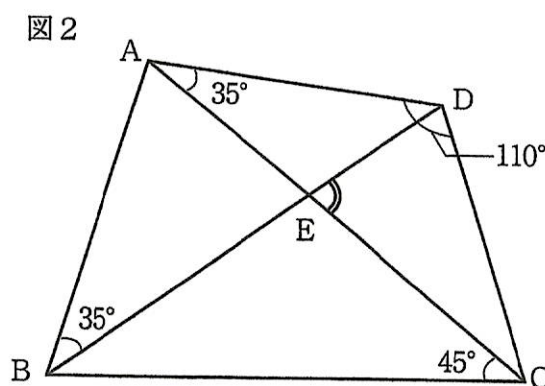
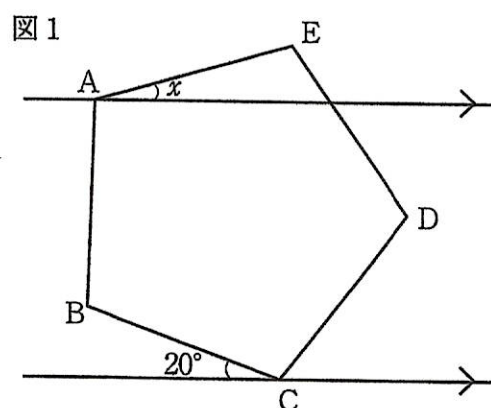
(8) 連続する3つの自然数がある。この3つの自然数のそれぞれの平方の和が365となる時、連続する3つの自然数を求めなさい。

(9) 1, 2, 3, 4の数字が書かれた4枚のカードが1枚ずつある。この4枚のカードをよくきってから続けて4回引き、引いた順に左から1列に並べる。このとき、奇数と偶数が交互に並ぶ確率を求めなさい。

(10) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が-5から7まで増加するときの変化の割合が1次関数 $y = \frac{3}{2}x - 5$ の変化の割合と等しいとする。このときの a の値を求めなさい。

(11) 図1のように正五角形ABCDEの点Aと点Cをそれぞれ通る平行な直線がある。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(12) 図2で $\angle DAE = \angle ABE = 35^\circ$, $\angle ECB = 45^\circ$, $\angle ADC = 110^\circ$ であるとき、 $\angle DEC$ の大きさを求めなさい。



(13) (ア) 直線 ℓ 上にあり, $AP + PB$ の長さが最短となる点 P を定規とコンパスで作図しなさい。ただし, 作図に用いた線は消さないこと。

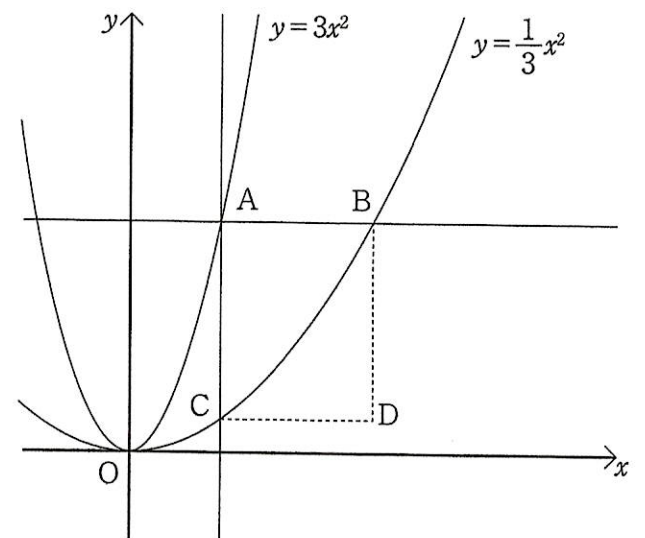
A.

B.

(イ) 右の図で点 A , 点 B から直線 ℓ までの距離をそれぞれ 6, 3 とし, 線分 AB の長さを 10 とするとき, $AP + PB$ の最小値を求めなさい。

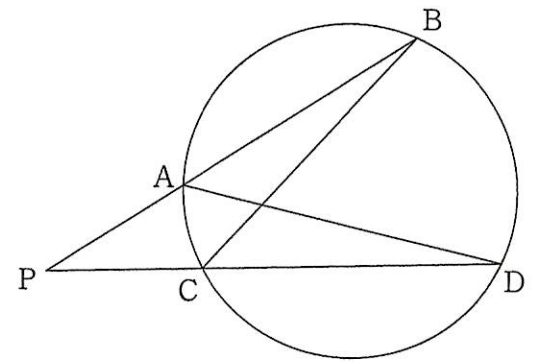


2. 放物線 $y = 3x^2$ ($x \geq 0$) 上の点 A を通り, x 軸, y 軸にそれぞれ平行な直線が放物線 $y = \frac{1}{3}x^2$ と交わる点を B, C とし, 長方形 $ACDB$ をつくる。このとき, 次の問いに答えなさい。



- (1) 点 A の x 座標を a ($a > 0$) とするとき, 点 B の座標を a を用いて表しなさい。
- (2) 点 A の x 座標を a ($a > 0$) とするとき, 長方形 $ACDB$ の面積を a を用いた式で表しなさい。
- (3) 四角形 $ACDB$ が正方形になるときの点 A の座標を求めなさい。
- (4) (3) の正方形の面積を求めなさい。

3. 右の図のように円の2つの弦 AB, CD の延長が点 P で交わっている。このとき, $PA \times PB = PC \times PD$ が成り立つことを証明しなさい。



4. 右の図のように, 1 辺の長さが a の正四面体 $ABCD$ がある。辺 AB, AC の中点をそれぞれ P, Q とするとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 頂点 B から辺 CD に引いた垂線 BM の長さを求めなさい。
- (2) 頂点 A から平面 BCD に引いた垂線 AH の長さを求めなさい。
- (3) 平面 DPQ で正四面体 $ABCD$ を2つの立体に分けるときの, 頂点 B をふくむ方の立体の体積を求めなさい。

